

Література

1. *Бородин А. И., Бугай А. С.* Выдающиеся математики: Биограф. слов. справ. — 2-е изд., перераб. и доп. — К.: Рад. школа, 1987. — 656 с.
2. *Андронов И. К.* Математика действительных и комплексных чисел. — М.: Просвещение, 1975. — 158 с.
3. *Нивен А.* Числа рациональные и иррациональные. — М.: Мир, 1966. — 196 с.
4. *Блудова Т. В., Мартиненко В. С.* Теорія функцій комплексного змінного. — К.: Прогрес, 2000. — 472 с.
5. <http://www.wolfram.com/mathematica/>
6. <http://www.wolframalpha.com/>
7. *Светульников И. С.* Использование комплексных переменных в теории производственных функций / Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. — 2007. — № 4. — С. 127—129.
8. *Светульников С. Г., Светульников И. С.* Производственные функции комплексных переменных: Экономико-математическое моделирование производственной динамики. — М.: Изд-во ЛКИ, 2008. — 136 с.
9. *Корецкая Т. В.* Краткосрочное прогнозирование комплексных переменных с использованием метода Брауна / Вестник ОГУ. — 2008. — № 11. — С. 121—126.
10. *Савинов Г. В., Светульников С. Г.* Комплексные переменные в экономическом анализе и моделировании / Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. — 2006. — № 4. — С. 21—35.

Стаття надійшла до редакції 18 квітня 2013 р.

УДК 330:51 (0758)+519.86

Коляда Ю. В., докторант кафедри економіко-математичного моделювання, ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

ПІЗНАННЯ МЕХАНІЗМУ ЕКОНОМІЧНОЇ АДАПТАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДИФІКАЦІЙ МОДЕЛІ «ЖЕРТВА-ХИЖАК»

В якості економіко-математичних моделей динаміки виступають модифікації моделі «жертва-хижак», на підґрунті яких вивчається різноманітність закономірностей механізму економіки, котрому органічно властиве пристосування до систематично змінюваних умов функціонування.

As an economic and mathematical models of dynamics serve modifications of the model «predator-victim», on the grounds of which the diversity patterns of the mechanism of economics with organically inherent adaptation to systematically changing conditions of functioning are studied.

Ключові слова: математична модель, нелінійна економічна динаміка, адаптація, фазові портрети.

Keywords: Mathematical model, nonlinear economic dynamics, adaptation, phase portraits.

Вступ. У контексті розвитку української економіки з'явилися проблеми дієвого і оперативного аналізу сутності потенційних шляхів (їх причин і наслідків) трансформації (еволюційної чи революційної) суспільства. Єдиноможливим засобом успішного розв'язання зазначених проблем на сьогодні виступає математичне моделювання нелінійної економічної динаміки, яке відоме як потужний інструмент досліджень у техніці, фізиці та інших природничих науках.

Аналіз публікацій по темі дослідження. Можливості започаткованої Р. Харродом [1, 2] теорії економічної динаміки, що базується на лінійній парадигмі, остато-

чно вичерпались. Новітня теорія економіки все більш тяжіє [3] до світу нелінійної економічної динаміки, адже ефективні економічні рішення ґрунтуються лише на осмисленні інтенсивної динамічної взаємодії факторів еволюції економіки, розглядаючи кілька варіантів розвитку подій (єдиноможливий шлях відсутній).

Сучасна економічна система, будучи нестационарною, відкритою, нелінійною, дисипативною, самоорганізуючою і людиновимірною, характеризується також як гетерархічна, з глибокими зворотними зв'язками полярних знаків та їх комбінаціями, почережністю своїх станів (атракторів і гомеостазу).

Наразі неодноразово спостерігались невідповідність між ортодоксальною теоретичною економікою, в основу якої покладено лінійну парадигму, і економічною дійсністю з її проблемами (викликами економічної теорії). Оскільки потенціал лінійної економічної парадигми практично вичерпано, то останнім часом відбувається активне формування синергетичного стилю [4—7] економічного мислення, що базується на дослідженні нелінійної природи економіки з використанням не тільки лексику синергетики, але динамічних математичних моделей у вигляді систем нелінійних диференціальних рівнянь, що принципово відрізняється від економетричного моделювання. Таким чином, намічається відхід від лише вербального способу аналізу економіки і утверджується її кількісне [6] і принципово нове якісне [8] вивчення.

Якщо прийняти до уваги перманентно глибоку трансформацію економіки, неповноту і невизначеність економічної інформації, то відчувається нагальна проблема в адаптивних економіко-математичних моделях, щоб здійснити глибоке і всестороннє дослідження динамічних траєкторій еволюції.

Пізнання закономірностей функціонування адаптивного економічного механізму, який, безумовно, існує, може відбуватися за наявності такої сукупності економіко-математичних моделей (ЕММ), котрими охоплюється вся множина різноманітності економічних станів. Засобом вивчення можливостей окремо взятої ЕММ динаміки виступає обчислювальний експеримент, якому обов'язково передують якісний аналіз (побудова фазових і параметричних портретів) [8].

Підхід з позицій адаптивного моделювання являю собою ключ у розв'язанні першочергових проблем економічного розвитку, одна з яких найважливіша — це передбачення можливого настання кризового стану (режиму загострення — різкої зміни числових значень змінних моделі). Постає завдання своєчасно сигналізувати про його появу, за допомогою моделювання знайти шляхи уникнути такого розвитку подій ще на ранньому етапі.

Загалом, теорія нелінійної економічної динаміки, як підґрунтя ефективної стратегії і тактики управління розвитком економічної системи, лише створюється, перебуваючи в ембріональному стані.

Постановка завдання. Пізнання адаптивних механізмів економіки проливає світло на її функціонування, дозволяючи зрозуміти сутність економічної еволюції. Інструментом дослідження (радикального і раціонального) функціонування економічної системи виступає наскрізного характеру адаптивне математичне моделювання динамічного стану. Воно обов'язково починається з якісного аналізу поведінки розв'язків моделі, а потім їх кількісної деталізації шляхом числового інтегрування рівнянь моделі, варіюючи їх коефіцієнтами і початковими умовами.

Базовою математичною моделлю (ММ) дослідження виступає ортодоксальна система рівнянь Вольтерра—Лотки, котра тлумачиться [9—11] з позицій економіки. Також вивчатимуться модифікації базової ММ.

Мета дослідження — продемонструвати досить високу, з точки зору прикладної економіки, ефективність комп'ютерного моделювання нелінійної економічної динаміки на підґрунті моделі «жертва-хижа».

Виклад основного матеріалу. Динамічну систему рівнянь — модель «жертва-хижак» (Вольтерра—Лотки)

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy \\ \dot{y} = -cy + dxy, \end{cases} \quad (1)$$

де $x = x(t)$ і $y = y(t)$; $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ ($\dot{y} = \frac{dy}{dt}$) — швидкості змінюваності змінних; $a, b, c, d \in R^1$ — числові коефіцієнти моделі, слід визнати базовою в економіко-математичному моделюванні траєкторій економічної еволюції, зважаючи на використання безпосередньо (1) та її численних модифікацій [11, 12]. Базовою вважається [13] така математична модель (ММ), що має найменше число змінних і коефіцієнтів, котрими визначається протікання економічних процесів.

Дана праця висвітлює деякі дуже важливі аспекти комп'ютерного моделювання нелінійної економічної динаміки на підґрунті ММ (1) та її модифікацій, щоразу виділяючи нове для обчислювального експерименту в економіці.

Спершу вкажемо на можливість перейти від ММ (1) до її безрозмірного вигляду, що завжди здійснюється у сучасному математичному моделюванні. Дійсно, заміною змінних: $x = \frac{a}{d}u$; $y = \frac{a}{b}v$; $t = \frac{\tau}{a}$ отримується наступна система рівнянь

$$\begin{cases} \dot{u} = u - uv \\ \dot{v} = -\gamma v + uv, \end{cases} \quad (1a)$$

котра володіє лише одним коефіцієнтом $\gamma = c/a$.

Найпростіша модифікація ортодоксальної моделі (1), отримуваної долученням сталих величин у кожне рівняння, записується у безрозмірному вигляді

$$\begin{cases} \dot{u} = j_1 uv - u \\ \dot{v} = j_2 - uv - \gamma v. \end{cases} \quad (1b)$$

На рис. 1, де а) — інтегральні криві, б) — фазовий портрет, наводяться результати розрахунку ММ (1b) для $j_1 = j_2 = 1$ і $\gamma = 1$, які не потребують коментарів.

При збільшенні лише коефіцієнта j_1 ($j_1 = 2$, а $j_2 = \gamma = 1$) графічні результати комп'ютерного моделювання набувають принципово іншого вигляду (рис. 2). Подальше зростання лише коефіцієнта γ (від 1 до 3 з кроком 0,5) не впливає на характерну поведінку графіків.

Для $j_1 = 1, j_2 = 2, \gamma = 1$ принципово міняються графіки інтегральних кривих (рис. 3a) відносно рис. 2a.

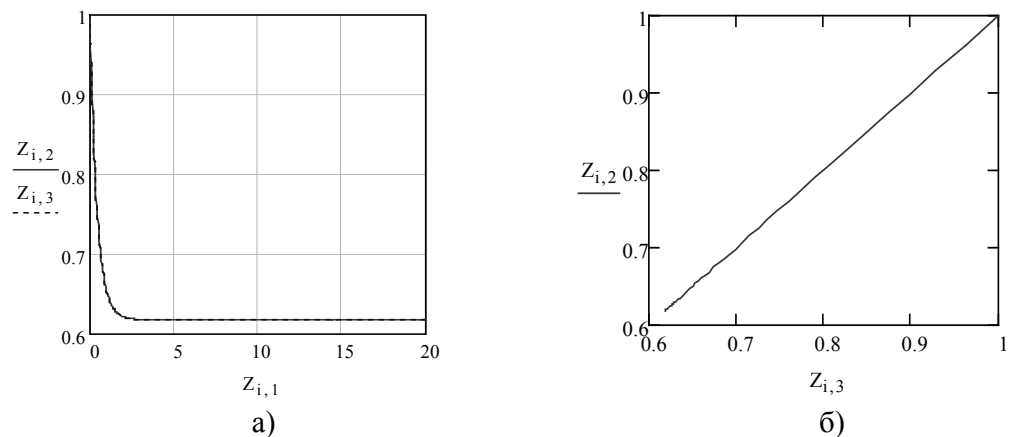


Рис. 1

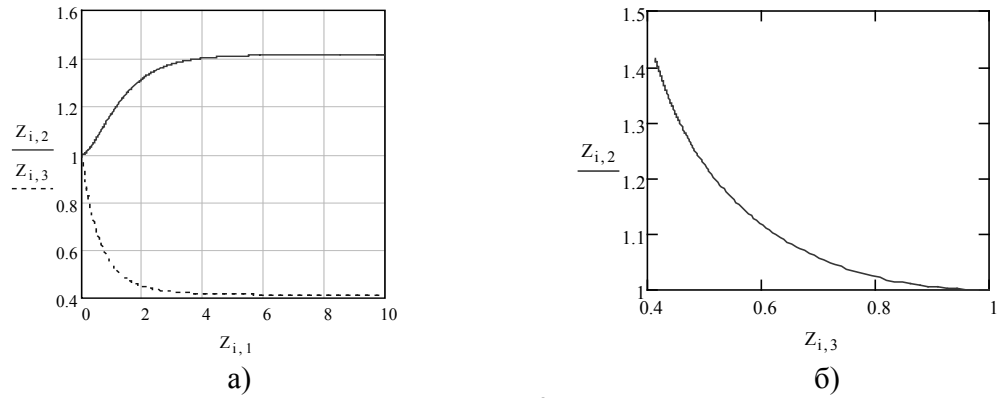


Рис. 2

Зростання величини γ від 1 до 2,5 принципово впливає на графічні результати моделювання (рис. 4—7). В усіх попередніх розрахунках вектор початкових або стартових умов був однаковий $[1; 1]^T$, де T — знак транспонування.

Для набору коефіцієнтів $j_1 = j_2 = \gamma = 1$ і початкової умови $[0,5; 1]^T$ результати розрахунку мають зовсім інший вигляд (рис. 8.), порівнюючи з графіками рис. 1.

Для набору коефіцієнтів $j_1 = 2, j_2 = 1, \gamma = 1$ і початкової умови $[0,5; 1]^T$ принципові відмінності у графіках не спостерігались при варіації величини γ до 3 з кроком 0,5.

Для випадку $j_1 = 1, j_2 = 2, \gamma = 1$ і вектора $[0,5; 1]^T$ поведінка інтегральних кривих (розв'язків ММ з плином часу) і фазового портрета дещо інша (рис. 9.), ніж на рис. 3. Принципового характеру відмінності спостерігаються, змінюючи коефіцієнт γ (рис. 10 для $\gamma = 2,5$ і рис. 11 для $\gamma = 3$, порівнюючи з рис. 6 і 7).

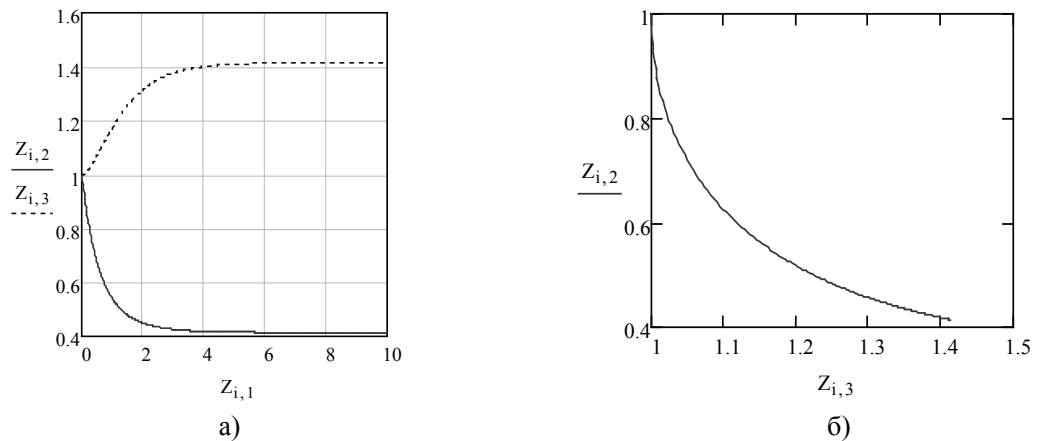


Рис. 3

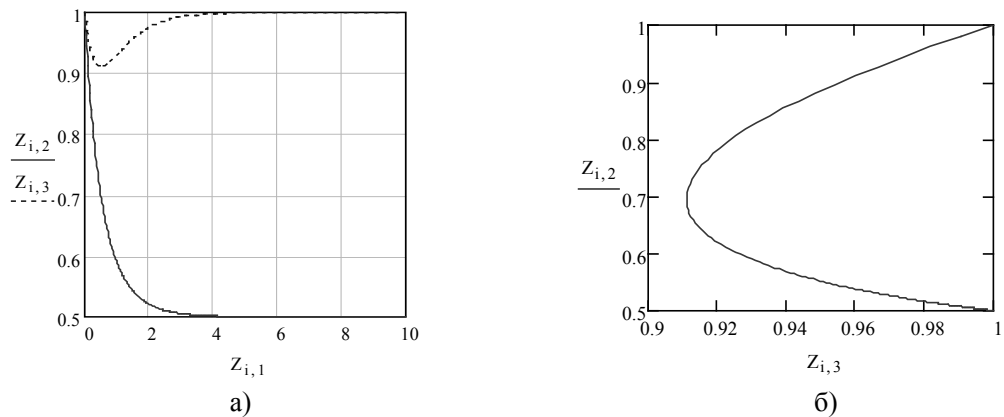


Рис. 4

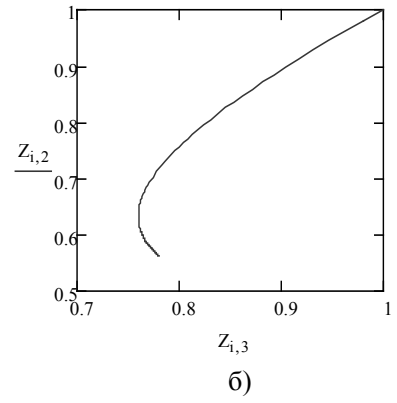
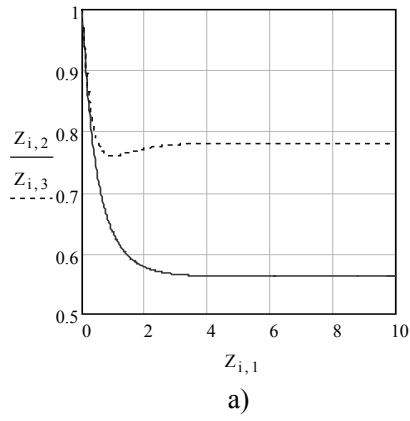


Рис. 5

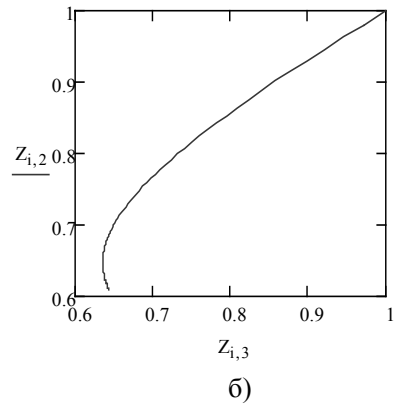
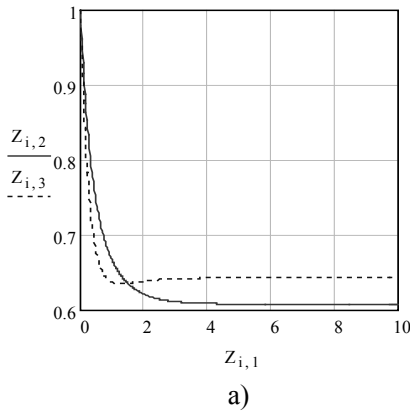


Рис. 6

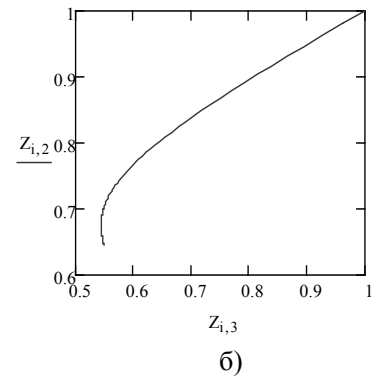
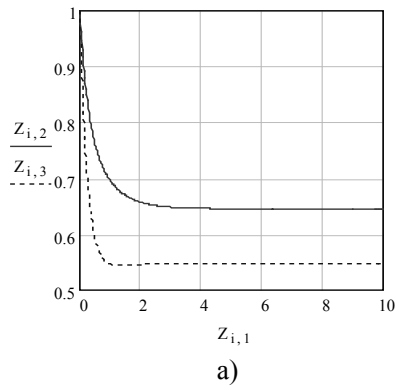


Рис. 7

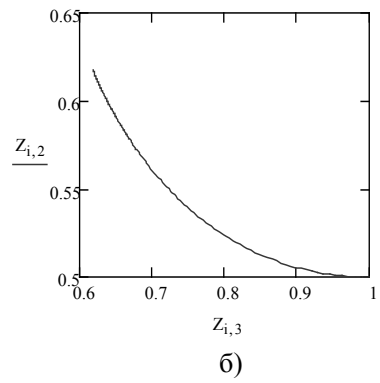
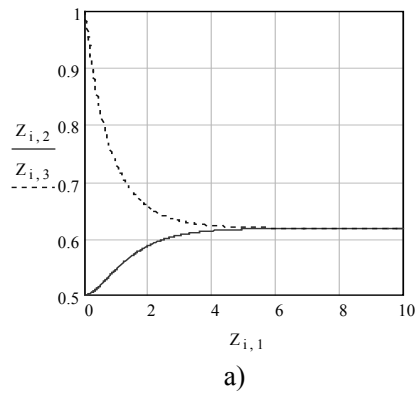


Рис. 8

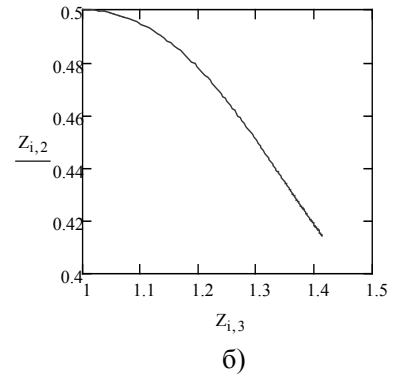
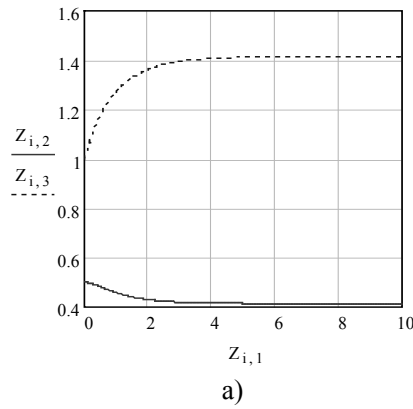


Рис. 9

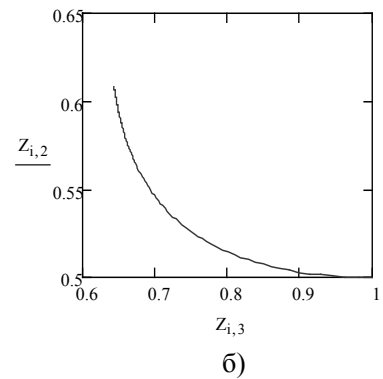
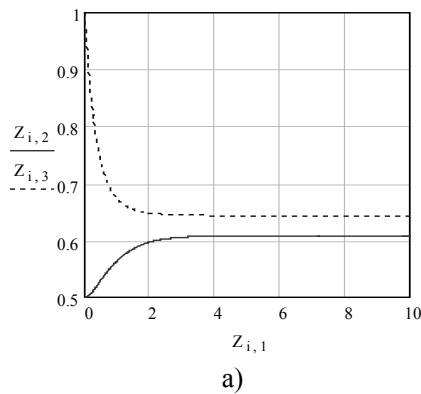


Рис. 10

Для початкової умови $[1;0,5]^T$ і попереднього набору коефіцієнтів ММ графіки моделювання наведено на рис. 12 у випадку $\gamma = 3$.

На підґрунті масштабного обчислювального експерименту над ММ (1б) доходимо до висновку про суттєвий вплив не тільки стартових умов розвитку економічного процесу, що цілком природно, але й числових значень коефіцієнтів тривіальної модифікації моделі «жертва-хижак».

Результати числового моделювання на прикладі ММ (1б) для початкової умови $[0;2]^T$, одного фіксованого ($j_1=1$) коефіцієнта і синхронній зміні двох інших (від 0,1 до 6 з кроком 0,3) відображено на рис. 13 і 14, де перший з них відповідає початку процесу трансформації, а другий — його завершенню. Привертає увагу перетин інтегральних кривих (рис. 13а) на початку та їх стабілізація у кінці процесу.

На рис. 15 і 16 наводяться результати розрахунку моделі (1б) для $j_1 = 0$ і початкової умови $[1;2]^T$ при синхронній змінюваності двох інших (j_2 і γ) коефіцієнтів. Поведінка інтегральних кривих практично зберігається, відмінності пов'язані з моментом настання їх стабілізації. Деяко трансформується фазовий опис досліджуваного процесу.

Вочевидь, постає проблема пошуку оптимального набору коефіцієнтів ММ нелінійної економічної динаміки.

Один із можливих способів урахувати ефект насичення метаболічного процесу описується ММ

$$\begin{cases} \dot{u} = j_1 - \frac{uv}{(1+au)} - u \\ \dot{v} = j_2 - uv - \gamma v \end{cases} \quad (1в)$$

На рис. 17 і 18 приведено графічні результати розрахунків моделі (1в) для нульових початкових умов, $j_1 = j_2 = 1$ та $\alpha = 2, \gamma = 0$ і $\alpha = \gamma = 2$ відповідно. Нескладно помітити принципово різну поведінку розв'язків ММ (1в), що яскраво видно на фазових портретах.

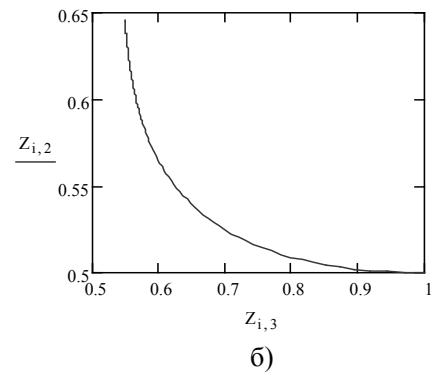
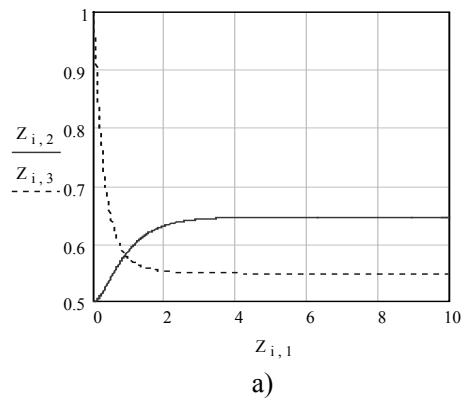


Рис. 11

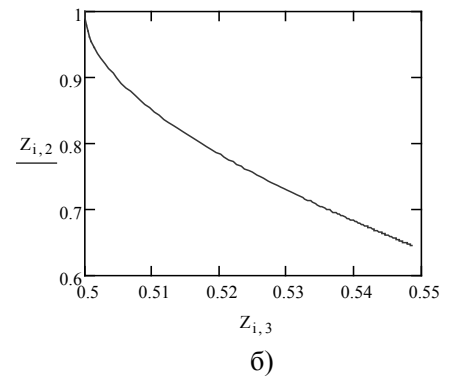
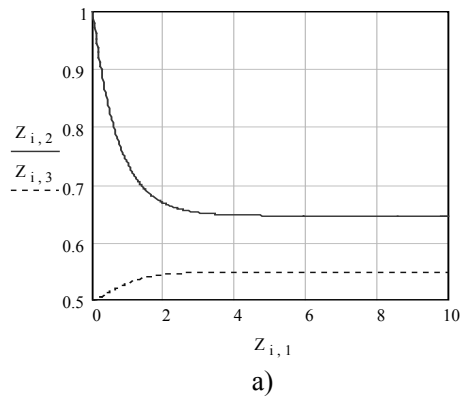


Рис. 12

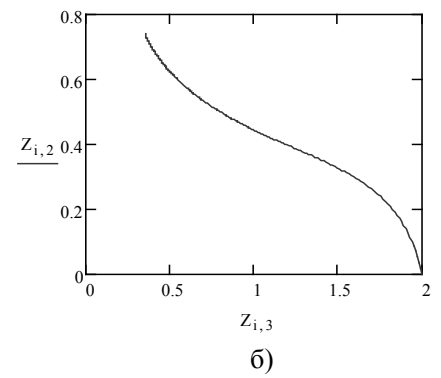
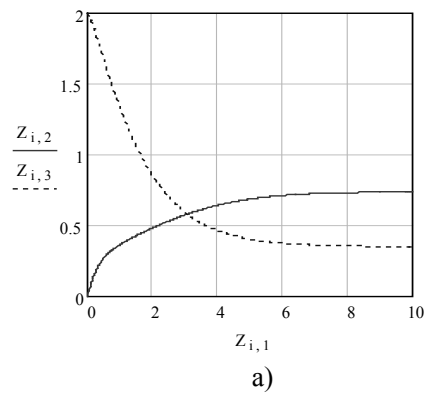


Рис. 13

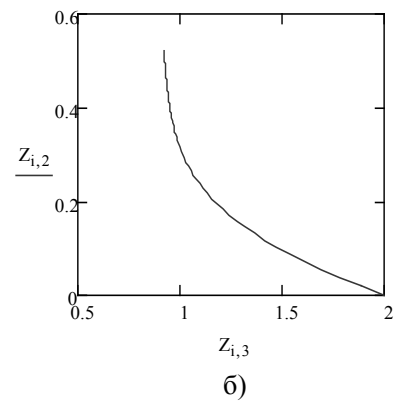
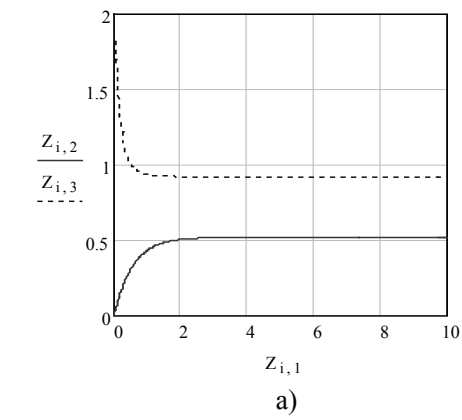


Рис. 14

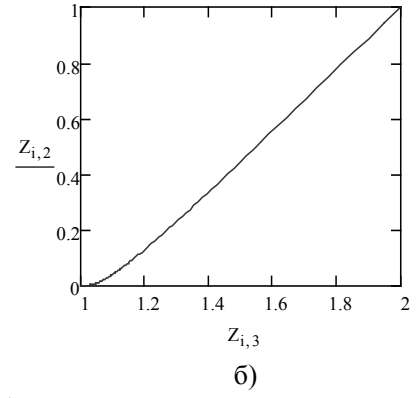
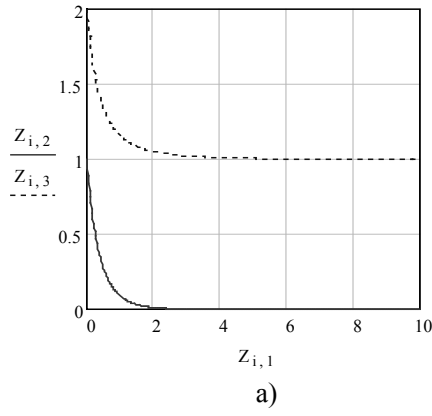


Рис. 15

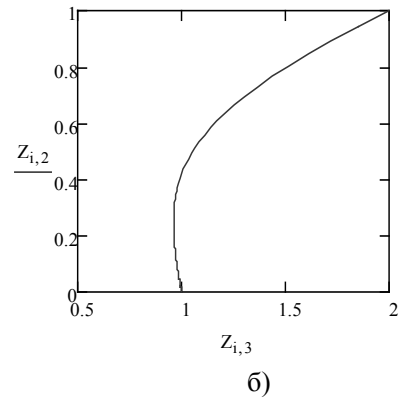
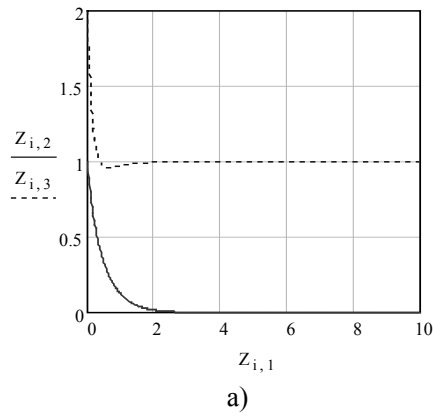


Рис. 16

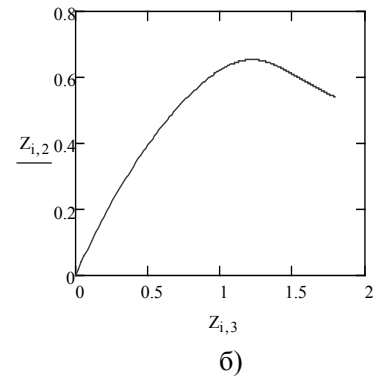
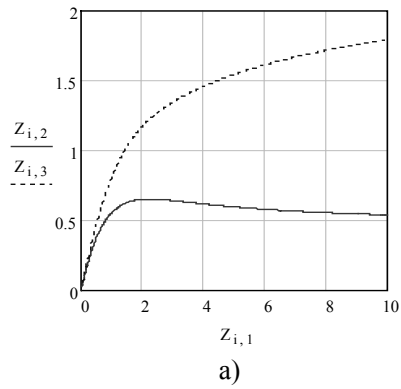


Рис. 17

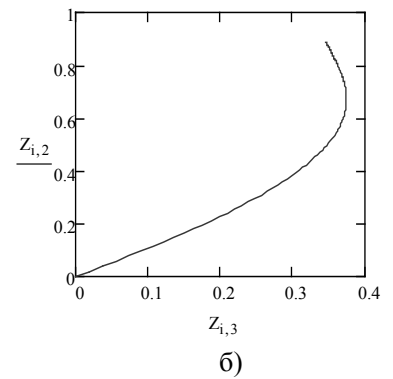
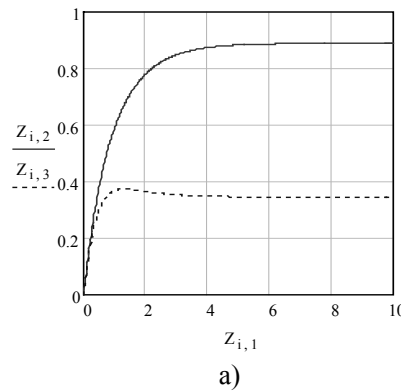


Рис. 18

Висновки. Отримані у статті результати слід розцінювати як превентивний аналіз динамічних траєкторій розвитку економічної системи, оскільки математична модель (ММ) складається з двох диференціальних рівнянь.

Для ідентифікації різноманітних можливостей економічної еволюції треба володіти експериментальними даними про об'єкт моделювання.

Окремо постає досить актуальна проблема оптимального набору коефіцієнтів ММ, для яких траєкторія динаміки економічного процесу претендуватиме на найкращу серед множини можливих.

Література

1. Харрод Д. Теория экономической динамики / Д. Харрод. — М.: Экономика, 1997.
2. Харрод Р. Ф. К теории экономической динамики / Р. Ф. Харрод. — М.: Гелиос АРВ, 1999. — 160 с.
3. Економічна динаміка: сучасні досягнення та перспективи розвитку / Постанова президії НАНУ від 24.10.2008 р.
4. Решетило В. П. Синергетическая парадигма и формирование нелинейного стиля экономического мышления // Экономическая теория. — 2004. — № 4. — С. 3—21.
5. Вагурин В. А. Синергетика эволюции современного общества. — Луганск: Копицентр, 2005. — 200 с.
6. Васильев О. Синергетичні підходи в економічній теорії // Економіка України. — 2007. — № 5. — С. 75—78.
7. Гальчинський А. Методологія складних систем // Економіка України. — 2007. — № 8. — С. 4—18.
8. Коляда Ю. В. Фазові та параметричні портрети ключових математичних моделей нелінійної економічної динаміки // Моделювання та інформаційні системи в економіці: 36 наук. праць. / Відп. ред. В. К. Галіцин. — К.: КНЕУ, 2010. — Вип. 82. — С. 74—90.
9. Христиановский В. В., Щербина В. П. Динамическая модель поведения субъектов на рынке продукции. / Новое в экономической кибернетике. (Сб. науч. ст.). Под ред. Ю. Г. Лысенко; Донецкий нац. ун-т // Моделирование нелинейной динамики экономических систем. — Донецк: Дон ГУ, 2005. — № 1. — С. 70—78.
10. Долятовский В. А., Касаков А. И., Коханенко И. К. Методы эволюционной и синергетической экономики в управлении. Монография. — Отрадная: РГЭУ-ИУБиП, 2001. — 57 с.
11. Милованов В. П. Синергетика и самоорганизация: Экономика. Биофизика / В. П. Милованов. — М.: КомКнига, 2005. — 168 с.
12. Козик В. В. Застосування моделі Лоткі-Вольтерра для опису дуопольно-дуопсонієвої конкуренції / [В. В. Козик, Ю. І. Сидоров, І. Б. Скворцов, О. Б. Тарасовська] // Актуальні проблеми економіки. — 2010. — № 2. — С. 252—260.
13. Чернавский Д. С. Динамическая модель поведения общества. Синергетический подход к макроэкономике. / [Д. С. Чернавский, Н. И. Старков, А. В. Щербаков] / Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. — М.: Наука, 2002. — С. 239—259.

Стаття надійшла до редакції 25 травня 2013 р.